

## Contrôle de TD du 22/11/2006

On pose  $A = \{a, b\}$ . Étant donné un mot  $w \in A^*$ , on note  $|w|_a$  le nombre d'occurrences de  $a$  dans  $w$ .

### Exercice 1 : Circuit booléen

On considère la fonction  $f : \mathbb{N}^3 \rightarrow \mathbb{N}^2$  définie par :

$$f(x_1, x_2, x_3) = \begin{cases} (x_2, x_3) & \text{si } x_1 = 0 \\ (x_3, x_2) & \text{si } x_1 = 1 \end{cases}$$

Construire un circuit booléen avec trois entrées  $x_1, x_2, x_3$  et deux sorties  $y_1, y_2$  qui réalise la fonction  $f$ .

### Exercice 2 : Langages et automates

1. Construire un automate  $\mathcal{A}$  reconnaissant le langage suivant :

$$\mathcal{L}_1 = \{w_1(aab)w_2 \mid w_1, w_2 \in A^*\}$$

Déterminer cet automate.

2. Mêmes questions avec le langage suivant :

$$\mathcal{L}_2 = \{w \in A^* \mid |w|_a \text{ est pair}\}$$

### Exercice 3 : Terminaison et confluence

1. Montrer la terminaison du système de réécriture suivant :

$$\begin{array}{lll} w_1abaw_2 & \rightarrow & w_1babw_2 \quad \text{pour } w_1, w_2 \in A^* \\ w_1bbw_2 & \rightarrow & w_1bw_2 \quad \text{pour } w_1, w_2 \in A^* \end{array}$$

Indice : lexico, lexiiiiicoooooooo

2. Ce système est-il localement confluent ? Est-il confluent ?