

### Feuille de TD n° 10 : Minimisation

#### Exercice 1 : Minimisation

Appliquer l'algorithme de Moore pour calculer l'automate minimal associé aux automates suivants :

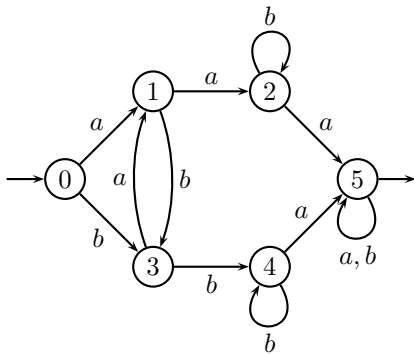


FIG. 1 – Automate  $\mathcal{A}_1$

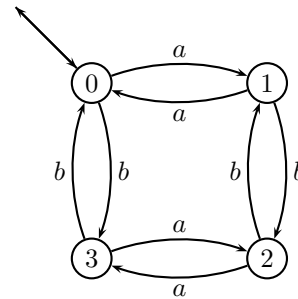


FIG. 2 – Automate  $\mathcal{A}_2$

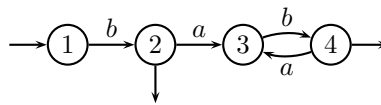


FIG. 3 – Automate  $\mathcal{A}_3$

#### Exercice 2 : De l'expression rationnelle à l'automate minimal

Soit l'expression rationnelle  $E = (a + (b + \epsilon)b)^*$

- Construire l'algorithme de Thompson associé à  $E$ .
- Supprimer les  $\epsilon$ -transitions de l'automate de Thompson.
- Déterminer l'automate ainsi obtenu.
- Compléter puis minimiser l'automate déterminisé.

#### Exercice 3 : Calcul de Résiduels

Calculer les Résiduels de  $L_1$  et  $L_2$  par rapport à  $a$  (resp.  $b$ ) :

1.  $L_1 = b(ab)^* + (ba)^*b$ ,
2.  $L_2 = a(b + ab)^* + b^*(a + bb)$ .

#### Exercices Maison

#### Exercice 4 :

On considère le langage  $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient le facteur } bbb\}$ . On souhaite construire l'automate minimal reconnaissant le langage  $L$ . Réaliser ce travail en appliquant les deux méthodes proposées ci-dessous.

1. Construire un automate non-déterministe reconnaissant  $L$ , déterminez-le, complétez-le et vérifiez que tous les états sont accessibles. Appliquez l'algorithme de Moore pour le minimiser.
2. Écrivez l'expression rationnelle représentant le langage  $L$  et construisez l'automate minimal du langage par calcul des résiduels successifs.

Comparez les deux automates ainsi obtenus.

**Exercice 5 :**

Proposez une méthode *algorithmique* pour montrer que deux expressions rationnelles sont équivalentes. Appliquer cette méthode pour vérifier que  $b(a + b)^*a$  et  $(b^+a^+)^+$  désignent le même langage.