

# SYSTÈME DE TRANSITION DE HAUTE DIMENSION ET ENSEMBLE PRÉCUBIQUE ÉTIQUETÉ

PHILIPPE GAUCHER

RÉSUMÉ. Ce texte est un résumé informel de l'exposé donné au Séminaire Itinérant de Catégorie qui s'est tenu le 24 octobre 2009 à Paris. Le texte contient aussi un lien vers les transparents, disponibles dans ma page personnelle, et une courte bibliographie du sujet.

J'ai expliqué dans cet exposé le lien qu'il y a entre deux modèles combinatoires des processus concurrents.

Dans le premier, les systèmes de transition de haute dimension, initialement introduits par Cattani et Sassone dans [CS96], l'exécution concurrente (i.e. en parallèle) de  $n$  actions est modélisée par un multiensemble de  $n$  actions. Dans le second, les ensembles précubiques étiquetés, dont l'origine semble être [Pra91] [vG91] [Gun94] [Gou02] (voir [vG06] pour un panorama plus large du sujet), l'exécution concurrente (i.e. en parallèle) de  $n$  actions est modélisée par un  $n$ -cube étiqueté.

J'ai reformulé dans [Gau09b] la notion de système de transitions de haute dimension en les définissant comme une classe de petite orthogonalité d'une certaine catégorie topologique localement finiment présentable de systèmes de transitions de haute dimension *faible*. La formulation de Cattani et Sassone ne permet en effet pas d'utiliser la théorie des catégories topologiques localement présentables. J'ai, entre autre chose, pour cela remplacé les multiensembles par un axiome des multiensembles de nature topologique (*Multiset axiom* dans [Gau09b]), et extrait d'un de leurs axiomes de recollement la partie topologique (*Coherence axiom* dans [Gau09b]). J'ai pour cela utilisé la caractérisation logique des catégories topologiques [Ros81]. La partie algébrique est quant à elle entièrement contenue dans un axiome qui joue le rôle que jouent les opérateurs face dans les ensembles précubiques (*Unique Intermediate State axiom* dans [Gau09b]).

J'ai défini précisément dans [Gau08] la notion d'ensemble précubique étiqueté, puis dans [Gau09a] la version symétrique. Il restait en effet plusieurs problèmes à résoudre, notamment définir correctement l'ensemble précubique d'étiquettes.

Le principal résultat de cet exposé est qu'une sous-catégorie pleine du premier est équivalente, après localisation, à une sous-catégorie pleine du second. Intuitivement, deux systèmes de transitions de haute dimension sont isomorphes dans cette localisation si et seulement s'ils ont les mêmes cubes. Cette sous-catégorie est suffisante pour modéliser toutes les algèbres de processus, comme expliqué dans [Gau08].

L'exposé commence par la notion de système de transitions de haute dimension faible, puis ensuite celle d'ensemble précubique symétrique étiqueté, puis le foncteur des premiers vers les seconds, puis l'équivalence de catégorie. La dernière partie de l'exposé mentionne l'étude homotopique des systèmes de transitions de haute dimension : il s'agit d'un travail en cours qui devrait faire l'objet d'une prépublication prochainement. On peut en effet construire sur

la catégorie des systèmes de transitions de haute dimension faibles une catégorie de modèles déterminée à gauche au sens de [RT03] par rapport à une classe de morphismes qui jouera le rôle des cofibrations. On peut noter que cette dernière est strictement plus grosse que la classe des monomorphismes.

Les transparents de l'exposé sont disponibles à

[http://www.pps.jussieu.fr/~gaucher/PG\\_SIC09.pdf](http://www.pps.jussieu.fr/~gaucher/PG_SIC09.pdf).

#### RÉFÉRENCES

- [CS96] G. L. Cattani and V. Sassone. Higher-dimensional transition systems. In *11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science (New Brunswick, NJ, 1996)*, pages 55–62. IEEE Comput. Soc. Press, Los Alamitos, CA, 1996.
- [Gau08] P. Gaucher. Towards a homotopy theory of process algebra. *Homology Homotopy Appl.*, 10(1) :353–388 (electronic), 2008.
- [Gau09a] P. Gaucher. Combinatorics of labelling in higher dimensional automata. to appear in *Theoretical Computer Science*, 2009.
- [Gau09b] P. Gaucher. Directed algebraic topology and higher dimensional transition systems. Preprint, 2009.
- [Gou02] E. Goubault. Labelled cubical sets and asynchronous transition systems : an adjunction. Presented at CMCIM'02, 2002.
- [Gun94] J. Gunawardena. Homotopy and concurrency. *Bull. EATCS*, 54 :184–193, 1994.
- [Pra91] V. Pratt. Modeling concurrency with geometry. In ACM Press, editor, *Proc. of the 18th ACM Symposium on Principles of Programming Languages*, 1991.
- [Ros81] J. Rosický. Concrete categories and infinitary languages. *J. Pure Appl. Algebra*, 22(3) :309–339, 1981.
- [RT03] J. Rosický and W. Tholen. Left-determined model categories and universal homotopy theories. *Trans. Amer. Math. Soc.*, 355(9) :3611–3623 (electronic), 2003.
- [vG91] R. van Glabbeek. Bisimulation semantics for higher dimensional automata. Technical report, Stanford University, 1991.
- [vG06] R.J. van Glabbeek. On the expressiveness of higher dimensional automata. *Theor. Comput. Sci.*, 356(3) :265–290, 2006.

LABORATOIRE PPS (CNRS UMR 7126), UNIVERSITÉ PARIS 7–DENIS DIDEROT, SITE CHEVALERET, CASE 7014, 75205 PARIS CEDEX 13, FRANCE

URL: <http://www.pps.jussieu.fr/~gaucher/>