Université Paris Diderot | Outils Logiques
Licence | Année 2011-2012

TD n°2

Sémantique

Exercice 1 [Preuve de la Proposition 2] Soit p une formule propositionnelle et v_1, v_2 des affectations telles que $v_1(x) = v_2(x)$ pour toute variable $x \in \mathcal{V}(p)$. Montrer que $[\![p]\!]v_1 = [\![p]\!]v_2$.

Exercice 2 [Preuve du théorème 4.2 du cours] Montrez qu'une formule p est valide si et seulement si $v \models p$ pour toute affectation v avec $supp(v) \subseteq \mathcal{V}(p)$.

Definition 1 Soient p et q des formules propositionnelles.
- On dit que q est une *conséquence* de p, et on écrit $p \models q$, si pour toute affectation v telle que $v \models p$ on a aussi que $v \models q$.
- On dit que p et q sont *équivalentes*, et on écrit $p \mathrel{|\!\!\!=\!\!\!|} q$, si $p \models q$ et $q \models p$.

Parfois on s'intéresse aussi à la notion de conséquence de tout un ensemble de formules :

Definition 2 Soient $p \in Form$ une formule et $T \subseteq Form$ un ensemble de formules. On dit que p est une *conséquence* de T, noté $T \models p$, si pour toute affectation v telle que $v \models q$ pour tout $q \in T$ on a aussi que $v \models p$.

Exercice 3
1. Montrer que $\{q\} \models p$ ssi $q \models p$
2. Montrer que si $T \models p$ et $T \subseteq S$ alors $S \models p$
3. Qu'est-ce que ça veut dire que $\emptyset \models p$?

Exercice 4 Soient q_1, q_2 deux formules telles que $q_1 \mathrel{|\!\!\!=\!\!\!|} q_2$, $x_1, \ldots, x_n$ des variables propositionnelles différentes, et $p_1, \ldots, p_n$ des formules propositionnelles. Alors

$$q_1[x_1/p_1, \ldots, x_n/p_n] \mathrel{|\!\!\!=\!\!\!|} q_2[x_1/p_1, \ldots, x_n/p_n]$$